

# REDUÇÃO DE DIMENSÕES



Isabel Miranda e Suzana Ferreira-Dias



# Redução de dimensões

## Objectivos:

- a) Facilitar a extracção de um componente
- b) Facilitar a solubilização de um componente
- c) Facilitar a homogeneização das misturas
- d) Aumento da superfície específica de modo a facilitar a transferência de calor e/ou de massa

- **Trituração ou moenda** (sólidos)
- **Emulsionaço** (líquidos)

# Forças envolvidas na redução de tamanho.

Trituração

Aplicação de esforços

**Compressão**  
(compactação/esmagamento)

**Impacto** (choque)

**Atrito superficial**

**Corte** por facas

Forças em simultâneo

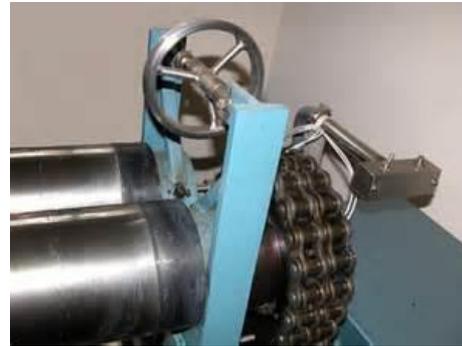
Fadigas superiores às cargas de rotura



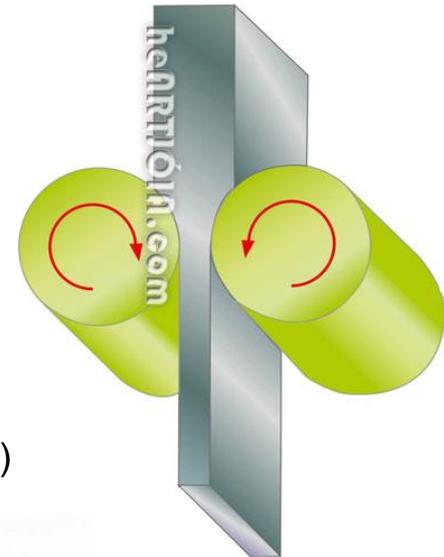
# Tipos de Moinhos



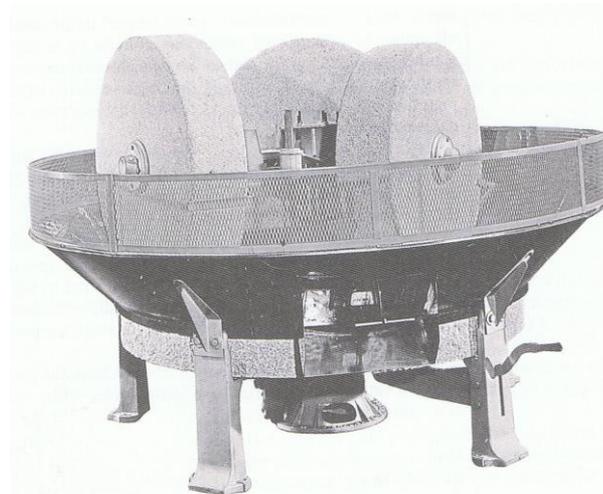
Moinho de facas (corte)



Moinho de rolos (compressão)



Moinho de martelos (impacto)



Moinho de galgas cilíndricas (compressão)

## Número de reduções necessário

$L_i$  = dimensão inicial das partículas

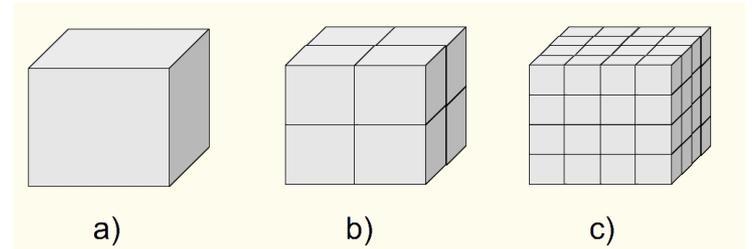
$V_i$  = volume inicial das partículas

$L_f$  = dimensão final das partículas

$V_f$  = volume final das partículas

$n$  = número de partículas formadas em cada subdivisão = valor fixo

$m$  = número de subdivisões



**Admite-se que:**

**a)** a geometria das partículas mantém-se

**b)** o volume individual das partículas é igual em cada subdivisão.

**Assim:**

$$V_f = \frac{V_i}{n^m} \Leftrightarrow n^m = \frac{V_i}{V_f} \quad (1)$$

**Admitindo (a),**

$$\frac{V_i}{V_f} = \frac{L_i^3}{L_f^3} \quad (2)$$

**De (1), temos que:**

$$n^m = \frac{L_i^3}{L_f^3} \Leftrightarrow m = \frac{3}{\log n} \cdot \log \frac{L_i}{L_f} \quad (3)$$

# Consumo de energia na trituração

Um sólido ao ser fragmentado é primeiro **deformado** e o trabalho necessário é armazenado temporariamente no sólido sob a forma de **energia mecânica de deformação**, ou seja, fica num estado de tensão até que, quando a deformação atinge o **limite de rotura do material**, ele sofre fractura e dá origem a fragmentos de menores dimensões.



Forma-se uma nova superfície.

## Eficiência da Trituração ( $\eta_c$ )

Pela lei de conservação da energia, toda a energia de deformação, para além da que é necessária como energia para a formação da nova superfície, deve libertar-se sob a forma de calor.

### Eficiência de trituração

$\eta_c$  = razão entre a energia de superfície criada pela trituração ( $e_s$ ) e a energia absorvida pelo sólido ( $W_n$ )

$$W_n = \frac{e_s (A_{wb} - A_{wa})}{\eta_c} \quad (\eta_c \text{ muito baixa } 0,1 - 2 \%)$$

$W_n$  = energia realmente utilizada (energia absorvida por unidade de massa)

$\eta_c$  = eficiência de trituração

$e_s$  = energia superficial por unidade de área

$A_{wa}$  = área de superfície da alimentação

$A_{wb}$  = área de superfície do produto final

A energia de superfície criada pela fractura é pequena em comparação com a energia mecânica total armazenada no material na altura da fractura pelo que a conversão em calor é elevada. Os valores da eficiência de trituração são baixos (valores de 0,1 a 2%)

## Eficiência mecânica ( $\eta_m$ )

A energia total absorvida pelo sólido é menor do que a energia fornecida ao moinho. Da energia total ( $W$ ), parte é utilizada para vencer o atrito nos rolamentos e outras partes móveis

**Eficiência mecânica ( $\eta_m$ )** = razão entre a energia absorvida pelo sólido e a energia absorvida pela máquina

$$W = \frac{W_n}{\eta_m} = \frac{e_s (A_{wb} - A_{wa})}{\eta_m \eta_c}$$

$W$  = energia total

$W_n$  = energia realmente utilizada

$\eta_m$  = eficiência mecânica

Se  $m$  for o caudal mássico da alimentação, a potência da máquina ( $P$ )

$$P = W \cdot \dot{m} \Rightarrow P = \frac{m e_s (A_{wb} - A_{wa})}{\eta_c \eta_m}$$

Calculando  $A_{wa}$  e  $A_{wb}$  e substituindo na equação

$$P = \frac{6 m e_s}{\eta_c \eta_m \rho_p} \left( \frac{1}{\phi_b D_{wb}} - \frac{1}{\phi_a D_{wa}} \right)$$

$$A_w = \frac{6}{\phi_s \rho_p D_p}$$

$P$  = potência da máquina

$m$  = caudal mássico da alimentação

$A_{wa}$  e  $A_{wb}$  = área de superfície da alimentação do produto final, respectivamente

$D_{wa}$  e  $D_{wb}$  = diâmetro médio volume-superfície da alimentação e do produto

$\eta_c$  e  $\eta_m$  = eficiência de trituração e eficiência mecânica

$\phi_a$  e  $\phi_b$  = esfericidade da alimentação e do produto

$\rho$  = massa volúmica

# CONSUMO ENERGÉTICO

Trituração:⇒ operação de eficiência muito baixa ( $\approx 2\%$ ) porque grande parte da energia consumida é dissipada sob a forma de calor.

Existe um modelo geral para explicar o fenómeno da redução de tamanho. A partir dele vários investigadores desenvolveram leis para predizer a potência necessária. Leis de **Rittinger**, **Kick** e **Bond**

## MODELO GERAL

A energia necessária ( $E$ ) para produzir uma modificação  $dL$  numa partícula de tamanho  $L$  é uma função de  $L$  elevada a uma certa potencia  $n$ .

$$\frac{dE}{dL} = -\frac{K}{L^n} \quad (4)$$

onde:

$L$  é a dimensão característica da partícula,  
 $n$  e  $K$  são constantes que dependem do tipo de material e do tipo de equipamento.

Integrando a equação

$$\int_0^E dE = -K \int_{L_1}^{L_2} \frac{dL}{L^n}$$

Obtemos a expressão do modelo geral

$$E = \frac{K}{n-1} \left( \frac{1}{L_2^{n-1}} - \frac{1}{L_1^{n-1}} \right)$$

onde:

$L_1$  = diâmetro médio da matéria-prima

$L_2$  = diâmetro médio do produto

$E$  = consumo energético do moinho

## Lei de Kick (1885)

**Kick** assume a partir de observações experimentais que  $n = 1$

$$-\int_0^E dE = -K \int_{L_i}^{L_f} \frac{dL}{L} \rightarrow -E = -K \ln\left(\frac{L_f}{L_i}\right) \rightarrow -E = K \ln\left(\frac{L_i}{L_f}\right)$$

$$E = K \ln\left(\frac{L_i}{L_f}\right) \quad (5)$$

onde:

$L_i$  = diâmetro médio da matéria-prima

$L_f$  = diâmetro médio do produto

$E$  = consumo energético do moinho

$K$  = constante de proporcionalidade =  $K_k \cdot f_c$

$K_k$  = constante de Kick

$f_c$  = resistência da substância à trituração

O trabalho necessário para fragmentar um sólido é uma função logarítmica da razão entre os tamanhos inicial e final dos fragmentos ( $L_i / L_f$ )

$$\frac{L_i}{L_f} = \text{constante} \Rightarrow E = \text{const}, \forall L_i$$

Esta lei mostra que é necessária a mesma quantidade de energia para reduzir um material de 100 mm a 50 mm como para reduzir o mesmo material de 50 mm a 25 mm

## Lei de Rittinger (1867)

**Rittinger** propôs uma lei na qual o trabalho necessário para a trituração é proporcional à nova superfície criada  $\Rightarrow E$  é proporcional à área formada  $\rightarrow n=2$

$$dE = -K \frac{dL}{L^2} \longrightarrow E = K \left( \frac{1}{L_f} - \frac{1}{L_i} \right) \quad (6)$$

$K$  = constante de proporcionalidade =  $K_R \cdot f_c$

$K_R$  = constante de Rittinger

$f_c$  = resistência da substância à trituração

Esta lei considera que a quantidade de energia necessária para reduzir um material de 100 mm a 50 mm é diferente do obtido ao reduzir de 50 a 25 mm. Seria equivalente a redução do material de 50 mm a 33.3 mm.

## Conclusões:

- Para o mesmo grau de moenda  $\Rightarrow E_{Rittinger} > E_{Kick}$
- Experimentalmente verifica-se que:

**Equação de Kick** → boa aproximação para as triturações grosseiras

**Equação de Rittinger** → trituração fina (há um aumento considerável da superfície específica)

## Lei de Bond (1952)

O trabalho necessário para a trituração é proporcional à raiz quadrada da razão  $S_p/V_p$  do produto obtido  $\rightarrow n = 1,5$

como: 
$$\frac{S_p}{V_p} = \frac{6}{\phi_s D_p} \quad (7)$$

$\Rightarrow$  Da equação  $\frac{dE}{dL} = -\frac{K}{L^n}$  e substituindo a dimensão  $L$  por  $D_p$

$$E = \frac{K_B}{\sqrt{D_p}} \quad (8)$$

$K_B$  = constante de Bond, depende do moinho e do material a triturar

Utilização da equação de **Bond**  $\Rightarrow$  definir **índice de trabalho ( $W_i$ )**

$W_i$  = energia bruta, em kW.h/t de alimentação, para reduzir as partículas de grandes dimensões da alimentação a partículas de modo a que 80 % do produto passe por um crivo de 100 $\mu$ m.

$$\Rightarrow K_b = \left( \sqrt{100 \times 10^{-3}} \right) \cdot W_i = 0,3162 \cdot W_i \quad (9)$$

(considerando  $D_p$  em mm;  $E$  em kW.h/ton)

Se 80% da alimentação passa um crivo de abertura  $D_{pa}$  (mm) e 80 % do produto passa um crivo de abertura  $D_{pb}$  (mm), então pelas equações (8) e (9):

$$E = \frac{P}{m} = 0,3162 W_i \left( \frac{1}{\sqrt{D_{pb}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{pa}}} \right)$$

$P$  = potência da máquina [kW]

$m$  = caudal mássico da alimentação [ton/h]

$D_p$  = dimensões das partículas [mm]

Valores de índices de trabalho para alguns materiais

Material	$W_i$ [kW .h/ton ]
Bauxite	8,78
Cimento	10,51
Carvão	13,00
Brita	16,06
Fosfato	9,92
Quartzo	13,57
Granito	15,13
Pedra calcária	12,74

### Problema 1:

Para reduzir uma determinada quantidade de produto, cujas partículas têm a dimensão média de 6 mm, até à dimensão média de 2 mm (mesh 10), consumiram-se 7,5 kW.h.

Qual o consumo de energia se se pretender atingir uma dimensão de 0,842 mm (mesh 20)?.

### Problema 2:

Qual a potência necessária para triturar 100 ton/h de pedra calcária se 80% da alimentação passar por um crivo de 2" e 80% do produto num crivo de 1/8" ?

$$m = 100 \text{ ton/h}$$

$$D_{pa} = 2 \times 25,4 = 50,8 \text{ mm}$$

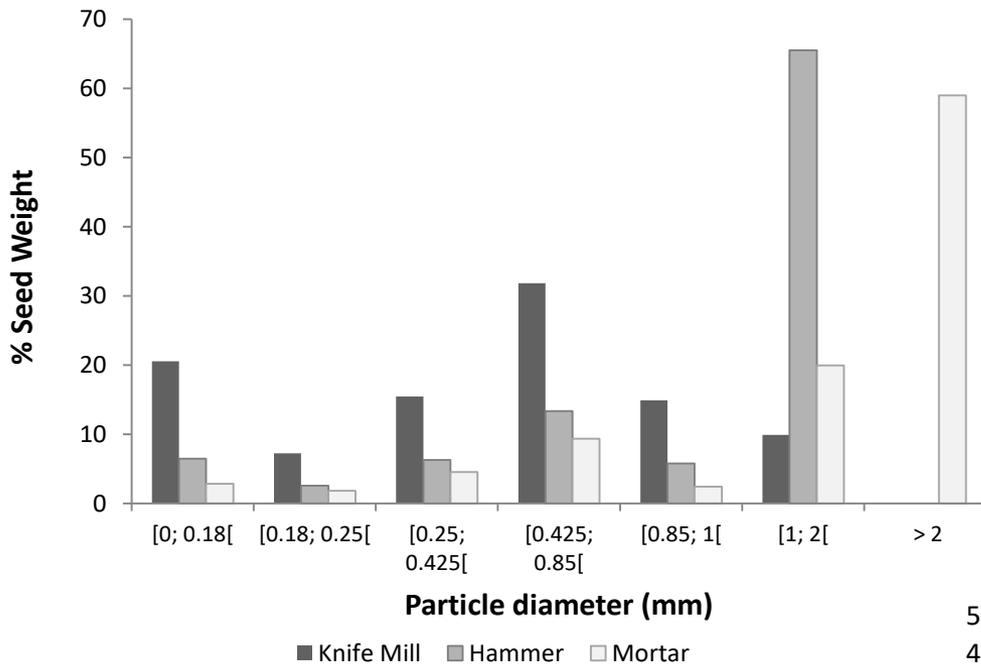
$$D_{pb} = 0,125 \times 25,4 = 3,175 \text{ mm}$$

$$W_i = 12,74$$

$$E = \frac{P}{m} \Rightarrow P = E \cdot m = 0,3162 W_i \left( \frac{1}{\sqrt{D_{pb}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{pa}}} \right)$$

$$P = 100 \times 0,3162 \times 12,74 \left( \frac{1}{\sqrt{3,175}} - \frac{1}{\sqrt{50,8}} \right) = 169,6 \text{ kW}$$

# Influência do tipo de moinho, granulometria no rendimento de extracção de óleo de sementes de *Jatropha curcas* L.



- A distribuição de dimensões de partículas depende do tipo de moinho
- O rendimento da extracção por solvente de sementes de *Jatropha* varia com o tipo de moinho utilizado na sua trituração.

